Белорусский государственный технологический университет

Факультет информационных технологий

Кафедра программной инженерии

Лабораторная работа 3

По дисциплине «Математическое программирование»

На тему «Метод ветвей и границ»

Выполнил:

Студент 2 курса 9 группы

Павлович Ян Андреевич

Преподаватель: Ромыш А.С.

2025, Минск

**Лабораторная работа №3. Вспомогательные функции**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Ход работы**

**Задание 1.** Сформулировать условие задачи коммивояжера с параметром. Для этого:

* принять элементы матрицы расстояний равными:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 18 | 30 |  | 9 |
| **2** | 9 |  | 24 | 59 | 75 |
| **3** | 11 | 27 |  | 86 | 58 |
| **4** | 26 | 49 | 36 |  | 27 |
| **5** | 84 | 75 | 52 | 22 |  |

где *n* – номер варианта или номер по журналу;

n = 9;

Задачу следует решить с использованием метода ветвей и границ.

**Ход решения:**

Имеем 5 городов, построим матрицу расстояний между городами:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **1** |  | 18 | 30 |  | 9 |
| **2** | 9 |  | 24 | 59 | 75 |
| **3** | 11 | 27 |  | 86 | 58 |
| **4** | 26 | 49 | 36 |  | 27 |
| **5** | 84 | 75 | 52 | 22 |  |

Находим минимальное значение в каждой строке (di) и выписываем его в отдельный столбец:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **1** |  | 18 | 30 |  | 9 | 9 |
| **2** | 9 |  | 24 | 59 | 75 | 9 |
| **3** | 11 | 27 |  | 86 | 58 | 11 |
| **4** | 26 | 49 | 36 |  | 27 | 26 |
| **5** | 84 | 75 | 52 | 22 |  | 22 |
|  |

Производим приведение строк – из каждого элемента в строке вычитаем соответствующее значение найденного минимума (di).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **1** |  | 9 | 21 |  | 0 | 9 |
| **2** | 0 |  | 15 | 50 | 66 | 9 |
| **3** | 0 | 16 |  | 75 | 47 | 11 |
| **4** | 0 | 23 | 10 |  | 1 | 26 |
| **5** | 62 | *53* | 30 | 0 |  | 22 |
| **77** |

Находим минимальные значения в каждом столбце (dj). Эти минимумы выписываем в отдельную строку.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 5 |
| **1** |  | 9 | | | 21 |  | | 0 |
| **2** | 0 |  | | | 15 | 50 | | 66 |
| **3** | 0 | 16 | | |  | 75 | | 47 |
| **4** | 0 | 23 | | | 10 |  | | 1 |
| **5** | 62 | *53* | | | 30 | 0 | |  |
| 0 | | 9 | 10 | | | 0 | 0 | | 19 |

Вычитаем из каждого элемента матрицы соответствующее ему минимальные значения в каждом столбце dj.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **1** |  | 0 | 11 |  | 0 |
| **2** | 0 |  | 5 | 50 | 66 |
| **3** | 0 | 7 |  | 75 | 47 |
| **4** | 0 | 14 | 0 |  | 1 |
| **5** | 62 | *44* | 20 | 0 |  |

Тогда корневой вершиной будет

**f=77+19=96.**

Для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **1** |  | 0(0) | 11 |  | 0(0) |
| **2** | 0(5) |  | 5 | 50 | 66 |
| **3** | 0(7) | 7 |  | 75 | 47 |
| **4** | 0(0) | 14 | 0(0) |  | 1 |
| **5** | 62 | *44* | 20 | 0(20) |  |

Выбираем нулевую клетку с наибольшей оценкой. Будем рассматривать дугу (5,4). Так как удаление дуги (5,4) позволяет получить саму большую константу приведения, т.е. увеличение нижней границы. Для этого заменим вес дуги (5,4) на знак “INF.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **1** |  | 0(0) | 11 |  | 0(0) |
| **2** | 0(5) |  | 5 | 50 | 66 |
| **3** | 0(7) | 7 |  | 75 | 47 |
| **4** | 0(0) | 14 | 0(0) |  | 1 |
| **5** | 62 | *44* | 20 | 0(20) |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **1** |  | 0 | 11 |  | 0 |
| **2** | 0 |  | 5 | 0 | 66 |
| **3** | 0 | 7 |  | 25 | 47 |
| **4** | 0 | 14 | 0 |  | 1 |
| **5** | 42 | *24* | 0 |  |  |

Локальная нижняя граница: H2=96+20+50=166

Выбираем ветвь 1, тк 166>96

Получаем матрицу.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 |  | 0 | 11 | 0 |
| 2 | 0 |  | 5 | 66 |
| 3 | 0 | 7 |  | 47 |
| 4 | 0 | 14 | 0 | 1 |

Вычисляем оценки для нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 |  | 0(0) | 11 | 0(0) |
| 2 | 0(5) |  | 5 | 66 |
| 3 | 0(7) | 7 |  | 47 |
| 4 | 0(0) | 14 | 0(0) | 1 |

**Исключаем строку 3 и столбец 1. Запрещаем обратный путь.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 5 |
| 1 | 0 | 11 | 0 |
| 2 |  | 5 | 66 |
| 4 | 14 | 0 | 1 |

**Проводим редукцию**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 5 |
| 1 | 0 | 11 | 0 |
| 2 |  | 0 | 61 |
| 4 | 14 | 0 | 1 |

**Локальная нижняя границв 96+5 = 101**

**Исключаем путь 3,1**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 |  | 0 | 11 | 0 |
| 2 | 0 |  | 5 | 66 |
| 3 |  | 7 |  | 47 |
| 4 | 0 | 14 | 0 | 1 |

**Проводим редукцию**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 |  | 0 | 11 | 0 |
| 2 | 0 |  | 5 | 66 |
| 3 |  | 0 |  | 40 |
| 4 | 0 | 14 | 0 | 1 |

**Локальная нижняя граница 96+7 = 103  
выбираем 1.1, тк 103>101**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 5 |
| 1 | 0(0) | 11 | 0(0) |
| 2 |  | 0(61) | 61 |
| 4 | 14 | 0(1) | 1 |

**Исключаем строку 2 и столбец 3.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2 | 5 |
| 1 | 0 | 0 |
| 4 | 14 | 1 |

**Проводим редукцию**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2 | 5 |
| 1 | 0 | 0 |
| 4 | 13 | 0 |

**Локальная нижняя граница 101+1=102**

**Исключаем путь (2,3)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 5 |
| 1 | 0 | 11 | 0 |
| 2 |  |  | 61 |
| 4 | 14 | 0 | 1 |

**Проводим редукцию**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 5 |
| 1 | 0 | 11 | 0 |
| 2 |  |  | 0 |
| 4 | 14 | 0 | 1 |

**Локальная нижняя граница 101+61=162**

**Выбираем ветвь 1.1.1 тк 162>102**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2 | 5 |
| 1 | 0(0) | 0(0) |
| 4 | 13 | 0(13) |

**Исключаем строку 4 и столбец 5**

|  |  |
| --- | --- |
|  | 2 |
| 1 | 0 |

**Локальная нижняя граница 102+0=102**

**Исключаем путь 4,5**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2 | 5 |
| 1 | 0 | 0 |
| 4 | 13 | INF |

**Проводим редукцию**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2 | 5 |
| 1 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | INF |

**Локальная нижняя граница 102+13=115**

**Выбираем ветвь 1.1.1.1 тк 115>102**

**Итоговый маршрут  
5-4 22**

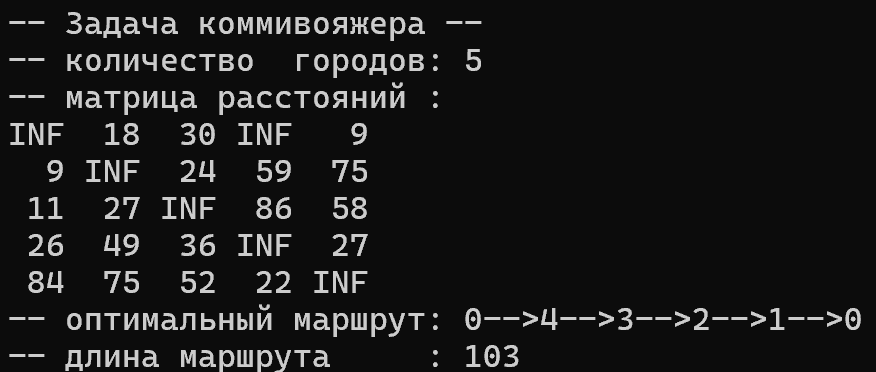
**4-3 36**

**3-2 27**

**2-1 9**

**1-5 9**

**Общая длина 22+36+27+9+9=103**

****

**Корень (H₀ = 96)**

**├── (5,4) включено (H= 96)**

**│ ├── (3,1) включено (H = 101)**

**│ │ ├── (2,3) включено (H = 102)**

**│ │ │ ├── (4,5) включено (H= 102)**

**│ │ │ └── (4,5) исключено (H= 115)**

**│ │ └── (2,3) исключено (H= 162)**

**│ └── (3,1) исключено (H= 103)**

**└── (5,4) исключено (H= 166)**

**Вывод:**

В процессе выполнения лабораторной работы были изучены основные принципы решения задач методом ветвей и границ. Была решена задача коммивояжера с использованием этого метода, а также проведено сравнение полученного результата с решением, найденным методом полного перебора (комбинаторным методом перестановок).